МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

теории функций и геометрии

_______Семенов Е.М.

25.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.06 Аналитическая геометрия

1. Код и направление подготовки: 01.03.01 Математика.

2. Профиль: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

3. Квалификация выпускника: бакалавр.

4. Форма обучения: очная.

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

кафедра теории функций и геометрии

6. Составители программы:
Семенов Е. М. – профессор, зав. кафедрой, доктор физ.-мат. наук;
Прядиев В. Л. – доцент, кандидат физ.-мат. наук.

7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультетата протокол № 0500-06 от 25.05.2023 г.

8. Учебный год: 2023/2024. **Семестр:** 1.

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:
формирование геометрической культуры студента, начальная подготовка в области алгебраического анализа простейших геометрических объектов, овладение классическим математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи учебной дисциплины:
- формирование у будущих математиков комплексных знаний об основных структурах основах аналитической геометрии;
- приобретение студентами навыков и умений по решению простейших задач аналитической геометрии.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Аналитическая геометрия входит в обязательную часть блока Б1. Для ее успешного изучения достаточно знаний и умений, приобретенных в средней школе.

Освоение аналитической геометрии является основанием для успешного освоения как дальнейших базовых курсов – линейной алгебры и геометрии, функционального анализа, дифференциальной геометрии, механики, так и специальных курсов, приобретенные знания также могут помочь в научно-исследовательской работе.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук.	Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики.	Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук. Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики. Владеть: способностью

				оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать: методы решения задач профессиональной деятельности. Уметь: анализировать и применять навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. Владеть навыками решения задач профессиональной деятельности

12. Объём дисциплины в зачётных единицах/час — 7/ 252.

Форма промежуточной аттестации: зачёт, экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоёмкость			
		Всего	По семестрам		
			1 семестр		
Аудиторные занятия		118	118		
в том числе:	лекции	50	50		
	практические	68	68		
	лабораторные	-	-		
Самостоятельная работа		98	98		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации: *зачет, экзамен – 36_час.*		36	36		
Итого:		252	252		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	Предмет курса аналитической геометрии. Краткий исторический обзор. Декартова система координат на плоскости, простейшие задачи, теорема Чевы. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос. Координаты вектора, коллинеарные векторы, разложение по двум неколлинеарным, скалярное произведение. Преобразование системы координат. Инверсия. Примеры на вычисления об-	

		разов. Прямая на плоскости как уравнение первой степени от двух переменных. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых. Пучок прямых на плоскости. Расстояние точки до прямой. Угол между двумя прямыми.	
1.2	Кривые второго порядка	Конические сечения, уравнения конических сечений в полярной системе координат. Изучение конических сечений. Свойства эллипса, гиперболы, параболы. Касательная к коническому сечению. Фокальные свойства конических сечений. Оптические свойства кривых второго порядка. Фокальные свойства конических сечений. Диаметры кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Инварианты кривых второго порядка. Центры кривых второго порядка.	
1.3	Векторы в пространстве.	Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам. Векторное произведение, применение векторного произведения. Смешанное произведение. Преобразование системы координат в пространстве.	
1.4	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	Уравнение поверхности и кривой в пространстве. Уравнение плоскости. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Пучок плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя прямыми. Прямая и плоскость.	
1.5	Поверхности 2-го порядка.	Эллипсоид, гиперболоиды. Параболоиды, конус, цилиндры. Метод сечений. Классификация поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей. Прямолинейные образующие. Прямолинейные образующие однополосного гиперболоида. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида. Круговые сечения поверхностей второго порядка. Диаметральные плоскости. Плоскости симметрии. Главные направления поверхностей второго порядка.	
		2. Практические занятия	
2.1	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости.	Декартова и полярная системы координат, простейшие задачи (расстояние между двумя точками, деление отрезка в заданном отношении, площадь треугольника). Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос. Координаты вектора, коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, скалярное произведение. Преобразование системы координат. Инверсия. Примеры на вычисления образов. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой линии на плоскости, уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках. Взаимное расположение двух прямых. Пучок прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.	
2.2	Кривые второго порядка	Кривые второго порядка. Окружность. Эллипс, свойства эллипса. Гипербола, свойства гиперболы. Парабола, свойства параболы. Касательная к кривой второго порядка. Диаметры кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Инварианты кривых второго порядка. Центры кривых второго порядка.	
2.3	Векторы в	Векторы в пространстве, разложение по трем	

	пространстве.	некомпланарным векторам. Скалярное произведение векторов в пространстве. Векторное произведение, применение векторного произведения, его свойства. Смешанное произведение и его свойства. Преобразование системы координат в пространстве.	
2.4	Уравнение поверхности и кривой в пространстве.	Примеры уравнений поверхностей и кривых в пространстве. Общее уравнение плоскости, нормальный вектор. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Расстояние точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Пучок плоскостей. Общие и канонические уравнения прямой в пространстве. Параметрические уравнения прямой, уравнения прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между двумя прямыми. Прямая и плоскость.	
2.5	Поверхности 2-го порядка.	Эллипсоид, гиперболоиды. Параболоиды, конус, цилиндры. Метод сечений. Классификация поверхностей второго порядка. Инварианты поверхностей 2-го порядка. Диаметральные плоскости. Плоскости симметрии.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости	12	20	-	18	50
2	Кривые второго порядка	10	12	-	20	42
3	Векторы в пространстве	6	10	-	20	36
4	Уравнение поверхности и кривой в пространстве	6	14	-	18	38
5	Поверхности 2-го порядка	16	12	-	22	50
6	Экзамен					36
	Итого:	50	68	-	98	252

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При прохождении дисциплины используются активные и интерактивные формы проведения лекций и практических занятий, и осуществляется контроль посещаемости и выполнения всех видов самостоятельной работы. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому занятию. В семестре проводится 2 контрольные работы (на практических занятиях).

В течение семестра студенты на практических занятиях решают индивидуальные задания, соответствующего варианта. Варианты заданий имеются в методической литературе и размещены в интернете. Эти же варианты и методическую литературу студенты могут получить по e-mail.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и регулярную самостоятельную учебную деятельность в течении семестра: изучение, рекомендуемой литературы, самостоятельное освоение понятийного аппарата, подготовку к практическим занятиям, выполнение индивидуальных заданий, подготовку к зачету и экзамену.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты самостоятельных работ зачитываются во время зачёта. Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	***Привалов, Иван Иванович***. *Аналитическая геометрия : учебник / И. И. Привалов .— Москва : Лань, 2007 .— 304 с. : ил.*
2	***Постников, Михаил Михайлович (1927-2004)*** *. Аналитическая геометрия. Лекции по геометрии : учеб. пособие. Ч. 1 / М. М. Постников .— Москва : Лань, 2009 .— 414, [1] с. : ил.*
3	***Миносцев, В. Б.*** *Курс математики для технических высших учебных заведений. Часть 1. Аналитическая геометрия. Пределы и ряды. Функции и производные. Линейная и векторная алгебра : / Миносцев В.Б., Пушкарь Е.А., Зубков В.Г., Ляховский В.А. — Москва : Лань, 2013 .—*
4	*Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения : / И. А. Соловьев, В. В. Шевелев, А. В. Червяков, А. Ю. Репин .— Москва : Лань, 2009 .— 319 с. : ил. ;*

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	*Семенов Е.М. Аналитическая геометрия на плоскости / Е.М.Семенов, С.Н.Уксусов ; Воронежский государственный университет. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, — 94 с.*
6	*Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник для студ. вузов / Н.В. Ефимов .— Изд. 13-е, стер. — М. : Физматлит, 2005 .— 238 с. : ил.*
7	*Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник для студ. вузов / Н.В. Ефимов .— Изд. 13-е, стер. — М. : Физматлит, 2005 .— 238 с. : ил.*
8	*Погорелов А.В., Геометрия./ А.В.Погорелов. - М.: Наука, 1978. – 208 с.*
9	*Ильин В.А.. Аналитическая геометрия. /В.А. Ильин, Э.Г.Позняк - М.: Физматлит, 2002. – 240 с.*
10	*Мусхелишвили Н.И. Курс аналитической геометрии. /Н.И.Мусхелишвили. - СПб.: Лань, 2002. – 655 с.*
11	*Моденов П.С. Аналитическая геометрия./П.С. Моденов. - М.: Изд-во МГУ, 1969. - 698с.*
12	***Погорелов, Алексей Васильевич***. *Аналитическая геометрия : учебник для студ. мат. и физ. спец. вузов / А.В. Погорелов .— 4-е изд., перераб. — М. : Наука, 1978 .— 208 с. : ил.* *Задачник-практикум по аналитической геометрии и высшей алгебре : Учебное пособие / Под общ. ред. В.А. Волкова; Ленингр. гос. ун-т им. А.А. Жданова .— Л. : Изд-во Ленингр. ун-та, 1986 .— 259, [1] с. : ил., табл. — 0.50.*

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)***:**

№ п/п	Ресурс
13.	*www.lib.vsu.ru*
14.	*http:www.math.vsu.ru – официальный сайт математического факультета ВГУ*
	http:www.math.msu.ru – официальный сайт мехмата МГУ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы *(*

№ п/п	Источник
1	*Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. / О.Н.Цубербиллер. - СПб.: Лань, 2003. – 366 с.*
2	*Бахвалов С.В. Сборник задач по аналитической геометрии. /С.В. Бахвалов, П.С. Моденов, А.С.Пархоменко. - М.: Наука, 1964. – 327 с*

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

Изложение учебного материала основано на принципе системности, преемственности и последовательности и направлено на развитие интеллектуальных умений, профессиональных компетенций, формирование творческой личности высококвалифицированного специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Важнейшая цель преподавателя – систематизация большого объема теоретического материала и обучение студента умению ориентироваться в этом материале.

Рекомендуется использование, как традиционных форм организации лекционного материала, так и внедрение таких интерактивных технологий, как проблемная лекция, когда знания вводятся как «неизвестное», которое необходимо «открыть».

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3460).

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: доска, мел, фломастер, тряпка.

Для проведения лекционных и практических занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации используется учебная аудитория: специализированная мебель.

Для самостоятельной работы обучающихся – компьютерный класс, оснащенный оргтехникой, необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями, законодательно-правовой нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть:

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://ubuntu.com/download/desktop); Visual Studio Community (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/); LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://ru.libreoffice.org/about-us/license/); Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.lazarus-ide.org/index.php); Free Pascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.freepascal.org/faq.html); Python 2/3 (Python Software Foundation License (PSFL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://docs.python.org/3/license.html); 46 Gimp (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.gimp.org/about/); Inkscape (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://inkscape.org/about/license/); MiKTeX (Free Software Foundation (FSF), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://miktex.org/copying); TeXstudio (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://texstudio.org/); Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: http://maxima.sourceforge.net/faq.html); Denwer (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: http://www.denwer.ru/faq/other.html); 1С: Предприятие 8 (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://v8.1c.ru/predpriyatie/questions_licence.htm); Foxit Reader (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия https://www.foxitsoftware.com/pdfreader/eula.html); Deductor Academic (Academic Free License, бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://basegroup.ru/system/files/documentation/licence-deductor-academic-20160322.pdf); WinDjView (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://windjview.sourceforge.io/ru/); 7-Zip (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.7-zip.org/license.txt); Mozilla Firefox (Mozilla Public License (MPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.mozilla.org/en-US/MPL/); VMware Player (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.vmware.com/download/open_source.html); VirtualBox (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.virtualbox.org/wiki/Licensing_FAQ); Astra Linux Common Edition (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://dl.astralinux.ru/astra/stable/orel/); PostgreSQL (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.postgresql.org/about/licence/); GeoGebra (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.geogebra.org/license); R (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://www.r-project.org/Licenses/); Wing-101 (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://wingware.com/license/wing101);

Loginom Community Edition (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://loginom.com/platform/pricing); MySQL (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: https://downloads.mysql.com/docs/licenses/)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций:

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Системы координат. Векторы и прямая линия на плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1	Устный опрос Практические задания. Тестирование Контрольная работа
2.	Кривые второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Устный опрос. Практические задания. Тестирование.
3	Векторы в пространстве	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Устный опрос. Практические задания.
4	Уравнение поверхности и кривой в пространстве	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Устный опрос Контрольная работа
5	Поверхности 2-го порядка	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3	Устный опрос. Практические задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов. Практическое задание.

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Вопросы устного опроса

1. Декартовы координаты, простейшие задачи.
2. Теорема Чевы.
3. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос.
4. Координаты вектора, коллинеарные векторы.
5. Разложение по двум неколлинеарным векторам, скалярное произведение.
6. Прямая на плоскости, пучок прямых.
7. Расстояние от точки до прямой.
8. Преобразование системы координат.
9. Инверсия.
10. Конические сечения, конических сечений в полярной системе координат.
11. Уравнения конических сечений в декартовой системе координат.
12. Изучение конических сечений.
13. Касательная к коническому сечению.

14. Фокальные свойства конических сечений.
15. Оптические свойства.
16. Диаметры.
17. Классификация кривых второго порядка.
18. Инварианты.
19. Центры кривых второго порядка.
20. Применения фокального свойства гиперболы.
21. Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам.
22. Векторное произведение.
23. Смешанное произведение.
24. Преобразование системы координат в пространстве.
25. Уравнение поверхности и кривой в пространстве.
26. Уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
27. Уравнения прямой в пространстве.
28. Прямая и плоскость.
29. Эллипсоид, гиперболоиды.
30. Параболоиды, конус, цилиндры.
31. Упрощение уравнения поверхности.
32. Классификация поверхностей 2-го порядка.
33. Прямолинейные образующие.
34. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида 1,2.
35. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
36. Круговые сечения.
37. Диаметральные плоскости.
38. Плоскости симметрии.
39. Главные направления.
40. Инварианты поверхностей.
41. Проективные пространства, ангармоническое отношение.

Примерный перечень практических заданий

1. Найти внутренние углы треугольника, стороны которого выражены уравнениями $x - y - 3 = 0$,
$x - 3y - 4 = 0$, $4x + 2y + 3 = 0$.
2. Даны две вершины треугольника $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ и точка пересечения его медиан $O(3, 1)$. Найти третью вершину C.
3. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в 45° к прямой $3x - 5 = 0$.
4. Стороны треугольника выражаются уравнениями $x + 3y - 2 = 0$, $2x + y + 5 = 0$, $3x - 4 = 0$. Найти уравнения высот этого треугольника.
5. На прямой $4x + 3y - 12 = 0$ найти точку, равноудаленную от точек $(-1, -2)$ и $(1, 4)$.
6. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x + y - 1 = 0$, $3x - y + 4 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $(3, 3)$. Найти уравнения двух других сторон.
7. На прямой $x + 3y = 0$ найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой $x + 3y - 2 = 0$.
8. Дана прямая $3x - 4y - 10 = 0$. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.
9. Найти расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y - 15 = 0$ и $3x + 4y + 20 = 0$.
10. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5, 2)$ на расстоянии 4 единиц от точки $B(-3, 1)$.
11. Составить уравнение касательных к окружности с центрам в точке $(3, 6)$ и радиуса $\frac{2}{5}\sqrt{85}$ проходящих через точку $(1, -2)$.

12. Найти угол между биссектрисами углов, образуемых прямыми $3x + 4y – 9 = 0$ и $12x + 9y – 8 = 0$.
13. Найти уравнение биссектрисы внешнего угла A треугольника с вершинами A(0, 0), B (3, 0), C(0, 7).
14. Найти точку, равноудаленную от точек M(4, –3) и N(2, –1) и отстоящую от прямой $4x + 3y – 2 = 0$ на расстоянии, равном 2.
15. Даны центр квадрата C(–1, 0) и уравнение стороны $x + 3y – 5 = 0$. Составить уравнения остальных трех сторон.
16. В прямоугольном равнобедренном треугольнике даны уравнение катета $y = 2x$ и середина гипотенузы K(4, 2). Найти уравнения двух других его сторон.
17. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x – 5y – 1 = 0$, $2x – 5y – 34 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей: $x + 3y – 6 = 0$.
18. Зная уравнение $3x – 2y + 6 = 0$ одной из сторон угла и уравнение его биссектрисы $x – 3y + 5 = 0$, составить уравнение второй стороны угла.
19. В треугольнике ABC известны: сторона AB: $4x + y – 12 = 0$, высота BM: $5x – 4y – – 15 = 0$ и высота AH: $2x + 2y – 9 = 0$. Написать уравнения двух других сторон и третьей высоты.
20. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке (4, 7) и которая касается прямой $3x – 4y + 1 = 0$.
21. Написать уравнение касательной к окружности $(x + 1)2 + (y – 3)2 = 25$ в точке (3, 6).
22. Найти уравнения касательных к окружности $x2 + y2 = 10$, проходящих через точку (–5, –5).
23. Найти касательные к окружности $x2 + y2 = 13$, параллельные прямой $4x + 6y – 5 = 0$.
24. Найти касательные к окружности $x2 + y2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x – 3y + 7 = 0$.
25. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы виден из конца малой оси под прямым углом.
26. Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.
27. Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.
28. Гипербола касается прямой $x – y – 3 = 0$ в точке (5, 2). Составить уравнение этой гиперболы.
29. Дана парабола $y2 = 6x$. Через точку (4, 1) провести такую хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.
30. Найти уравнения диаметров параболы $y2 = 8x$, сопряженных с хордами, наклоненными к ним под углом в 45°.
40. Найти такую точку на параболе $y2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в 30°.
41. Дана парабола $y2 = 10x$. Найти к этой параболе касательные в точках, в которых она пересекается с прямой $y = 4x – 5$.
42. Определить угол между векторами a и b, если вектор $a + 3b$ перпендикулярен к вектору $7a – 5b$, а вектор $a – 4b$ перпендикулярен к вектору $7a – 2b$.
43. Зная векторы, служащие сторонами треугольника $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{CA} = \bar{b}$, найти векторы, коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.
44. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.
45. При каком значении коэффициента α векторы $p = \alpha a+5b$ и $q= 3a – b$ окажутся коллинеарными, если a и b не коллинеарны?
46. Векторы a, b, c и d связаны соотношениями a/\b = c/\d, a/\c = b/\d. Доказать коллинеарность векторов $a – d$ и $b – c$.
47. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $A = 5p +2q$ и $B = p – 3q$, если известно, что $| p | = \sqrt{2}$, $| q | = 3$ и $(p\hat{}q) = \pi /4$.

48. Зная две стороны треугольника
AB = 3p – 4q и BC = p + 5q, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы p и q – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).
49. Вектор m, перпендикулярный к оси Oz и к вектору a = (8; –15; 3), образует острый угол с осью Ox. Зная, что | m | = 51, найти его координаты.
50. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах AB = m + 2n и AD = m - 3n, где | m | = 5, | n | = 3 и (m ^ n) = π / 6.
51. Вектор x, перпендикулярный к векторам a = (4; -2; -3) и b = (0; 1; 3), образует с осью Oy тупой угол. Зная, что | x | = 26, найти его координаты.
52. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах a = 2m + n – p и b = m – 3n + p, где m, n и p – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
53. Найти точку, симметричную точке A(3; – 7; 5) относительно плоскости 2x – 6y + 3z – 42= 0.
54. В пучке, определяемом плоскостями
3x+ y – 2z – 6 = 0 и x – 2y +5z – 1= 0, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.
55. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.
56. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости 5x –y +3z – 2 = 0 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.
57. Через линию пересечения плоскостей 4x – y + 3z – 1 = 0 и x + 5y – z + 2 = 0 провести плоскость, перпендикулярную к плоскости 2x – y + 5z – 3 = 0.
58. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости 4x + y – 3z +13 = 0 и x – 2y + z – 11 = 0.
59. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки L(0; 0; 1) и N (3; 0; 0) и образующей угол в 60° с плоскостью xOy.
60. В пучке, определяемом плоскостями 2x + y – 3z + 2 = 0 и 5x + 5y – 4z + 3 = 0, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку A(4 ; – 3 ; 1).

Тестовые задания

№ задания	Условие задачи	Варианты ответов			
		1	2	3	4
1	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	4/5	5/4	5/3	4
2	Какие из четырех плоскостей являются взаимно перпендикулярными: (а) $x+y-z-1=0$, (б) $2x-2y+5=0$, (в) $x+y-z-1=0$, (г) $x+y-z-1=0$?	(а) и (б)	(а) и (г)	(б) и (в)	(в) и (г)
3	Расстояние между параллельными прямыми $3x+4y=0$ и $3x+4y-5=0$ равно	5	3	4	1
4	Большая полуось эллипса $4x^2+25y^2=100$ равна	4	25	5	2
5	Какая из плоскостей (а) $5x-2y+3z+1=0$, (б) $5x+2y+3z+2=0$, (в) $2x-5y+5=0$,	(а)	(б)	(в)	(г)

	(г) $2x-5y+z+5=0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$?				
6	Какие из перечисленных пар прямых являются взаимно перпендикулярными? $(a) 3x+5y-8=0;$ $(b) 3x-5y+8=0;$ $(c) 3x=5;$ $(d) 5x+y+8=0;$ $(e) 5x-3y+3=0;$ $(f) 5y=3;$	$(a)\perp(b)$ и $(c)\perp(f)$	$(a)\perp(d)$ и $(c)\perp(f)$	$(b)\perp(d)$ и $(a)\perp(e)$	$(a)\perp(d)$
7	Даны три стороны параллелограмма $5x-3y-14=0;$ $5x-3y+8=0;$ $2x+y+1=0$. Укажите четвертую сторону.	$y=-2x$	$2x+y=4$	$y=2x-10$	$2x+y=10$
8	Угол между плоскостями $4x-2y+3z+7=0$ и $4x-2y+3z+1=0$ равен	90^0	60^0	30^0	0^0
9	Расстояние между прямыми $4x-3y+7=0$ и $4x-3y+2=0$ равно	9	5	1	0
10	Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ равен	0,8	0,5	0,9	0,7
11	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	1,4	1,25	1,2	1,55
12	Какая из прямых (а) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$, (б) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-3}$, (в) $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{3}$, (г) $\frac{x}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{-2}$, перпендикулярна плоскости $2x-5y+10z+5=0$?	(а)	(б)	(в)	(г)

Перечень заданий для контрольных работ

1. Контрольная работа по теме «Прямая линия на плоскости»:

Вариант №1

1. Проверить, что прямые $y=3x-1$, $x-7y=7$ и $x+y-7=0$ служат сторонами равнобедренного треугольника.

2. Составить уравнение прямой, делящей пополам отрезок между точками $A(-3;2)$ и $B(5;-2)$ и образующей с отрезком *AB* угол вдвое большей, чем с осью OX.

3. Найти центр круга радиуса *r* = 8 и касающегося двух прямых: $3x-4y+10=0$ и $3x+4y=0$.

4. Составить уравнения сторон ромба, зная две противолежащие его вершины $A(-3;1)$, $B(5;7)$ и площадь ромба $S=25\,ед^2$.

5. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(3;-4)$ и уравнения двух высот $7x-2y-1=0$ и $2x-7y-6=0$.

Вариант №2

1. Зная уравнения боковых сторон равнобедренного треугольника $y=3$ и $x-y+4=0$, составить уравнение третьей стороны, при условии, что она проходит через начало координат.

2. Составить уравнения сторон треугольника, зная две его вершины $A(3;5)$, $B(6;1)$ и точку пересечения его медиан $M(4;0)$.

3. На оси ординат найти точку, одинаково удаленную от начала координат и от прямой $3x-4y+12=0$.

4. Найти точку, симметричную точке $Q(-2;-9)$ относительно прямой $2x+5y-38=0$.

5. В треугольнике $A(-3;-1)$, $B(1;-5)$, $C(9;3)$, стороны *AB* и *AC* разделены в отношении $\lambda=3$, считая от общей вершины *A*. Проверить, что прямые, соединяющие точки деления с противолежащими вершинами, и медиана *AM* пересекаются в одной точке

Вариант №3

1. Из точки $A(6;\ 9)$ направлен луч под углом $\dfrac{\pi}{4}$ к прямой $y=\dfrac{2}{5}x+\dfrac{4}{5}$. Найти уравнение луча, отраженного от этой прямой.

2. Составить уравнения катетов прямоугольного треугольника, площадь которого равна 20 ед^2., если известно, что его гипотенуза лежит на оси абсцисс, а вершина прямого угла совпадает с точкой $C(-1;\ 4)$.

3. Дан треугольник $A(1;\ 2)$, $B(3;\ 7)$, $C(5;-13)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины *B* на медиану, проведенную из вершины *A*.

4. Даны вершины треугольника: $A(-6;-3)$, $B(-4;\ 3)$, $C(9;\ 2)$. На внутренней биссектрисе угла *A* найти такую точку *M*, чтобы четырехугольник *ABMC* оказался трапецией.

Прямые $3x+4y-30=0$ и $3x-4y+12=0$ касаются окружности, радиус которой *R* = 5. Вычислить площадь четырехугольника, образованного этими касательными и радиусами круга, проведенными в точки касания.

Вариант №4

1. Составить уравнения катетов прямоугольного равнобедренного треугольника, зная уравнение гипотенузы $y=3x+5$ и вершину прямого угла $(4;-1)$.

2. Проверить, что точки $A(-2;-2)$, $B(-3;\ 1)$, $C(7;\ 7)$ и $D(3;\ 1)$ служат вершинами трапеции и составить уравнения средней линии и диагоналей этой трапеции.

3. На расстоянии 5 единиц от точки $C(4;\ 3)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат (18 баллов).

4. Даны две вершины треугольника $A(-6;\ 2)$, $B(2;-2)$ и точка $H(1;\ 2)$ пересечения его высот. Вычислить координаты третьей вершины *C* (22 балла).

5. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(-4;\ 2)$ и уравнения двух медиан: $3x-2y+2=0$ и $3x+5y-12=0$.

2. Контрольная работа по теме «Векторная алгебра и прямая и плоскость в пространстве»:

В А Р И А Н Т №1

1. Векторы **a**, **b**, **c** и **d** связаны соотношениями **a/\b** = **c/\d**, **a/\c** = **b/\d**. Доказать коллинеарность векторов
a – d и **b – c**.
2. При каком значении коэффициента α векторы **p =** α**a+5b** и **q=** 3**a – b** окажутся коллинеарными, если **a** и **b** не коллинеарны?

3. Найти точку, симметричную точке A(3; -7; 5) относительно плоскости 2*x* - 6*y* + 3*z* - 42= 0.

4. В пучке, определяемом плоскостями 3*x*+ *y* -2*z* -6=0 и *x*- 2*y* +5*z* - 1= 0, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-2}{-3}$ и параллельной прямой $\frac{x+5}{4}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-1}{2}$.

В А Р И А Н Т №2

1. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **A** = 5**p** +2**q** и **B** = **p –** 3**q**, если известно, что | **p** | = $\sqrt{2}$, | **q** | = 3 и (**p^q**) = π /4.
2. Зная две стороны треугольника **AB** = 3**p** -4**q** и **BC** = **p** + 5**q**, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы **p** и **q** – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).
3. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.
4. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости 5x –y +3z – 2 = 0 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.
5. Через прямую $\frac{x-2}{5}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{2}$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости
x + 4y – 3z + 7 = 0.

В А Р И А Н Т №3

1. Вектор **m**, перпендикулярный к оси *Oz* и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью O*x*. Зная, что | **m** | = 51, найти его координаты.
2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **AB** = **m +** 2**n** и **AD = m -** 3**n,** где | **m** | = 5,
| **n** | = 3 и (**m ^ n**) = π / 6.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки L(0; 0; 1)
4. В пучке, определяемом плоскостями 2***x*** + y – 3z + 2 = 0 и 5x + 5y – 4z + 3 = 0, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку A(4 ; – 3 ; 1).

5. Проверить, что прямые $\frac{x-3}{5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{4}$ и $\frac{x-8}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-6}{-2}$ пересекаются, и написать уравнение плоскости, проходящей через них.

В А Р И А Н Т №4

1. Вектор **x**, перпендикулярный к векторам **a** = (4; -2; -3) и **b** = (0; 1; 3), образует с осью Oy тупой угол. Зная, что | **x** | = 26, найти его координаты.

2. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах
a = 2**m** + **n – p** и **b** = **m –** 3**n + p**, где **m, n** и **p** – взаимно перпендикулярные орты.

3. Через ось Oz провести плоскость, образующую с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}\,z - 7 = 0$ угол $\pi / 3$.

4. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.

5. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости
$4x + y - 3z + 13 = 0$ и $x - 2y + z - 11 = 0$.

Описание технологии проведения

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на каждом практическом занятии.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением опросов по теоретическому материалу, выполнением практических заданий, ответом на тестовые задания, выполнением контрольных работ.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено». Систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний обучающихся.

Требования к выполнению заданий (шкалы и критерии оценивания)

При проведении текущего контроля успеваемости используются следующие **показатели:**

1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом аналитической геометрии;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами;
4) умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать практические задачи;
5) владение основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.

Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации:

Зачтено: выполнение практических заданий и ответы в ходе опроса соответствуют перечисленным показателям, обучающийся дает ответы на дополнительные вопросы, может быть не совсем полные. Демонстрирует умение решать задачи, возможно с некоторыми ошибками. При выполнении тестового задания должно быть дано не менее 60% верных ответов. Контрольные работы оцениваются по пятибалльной шкале: одно решенное задание соответствует 1 баллу. Контрольная работа считается успешно выполненной, если обучающийся получил не менее трех баллов.

Незачтено: в ходе опроса ответы обучающегося не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие. При выполнении тестового задания дано менее 60% верных ответов. Контрольная работа оценена ниже, чем тремя баллами.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины и проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств

Вопросы к экзамену

1. Декартовы координаты, простейшие задачи.
2. Теорема Чевы.
3. Уравнение линии, полярные координаты, параллельный перенос.
4. Координаты вектора, коллинеарные векторы.
5. Разложение по двум неколлинеарным векторам, скалярное произведение.
6. Прямая на плоскости, пучок прямых.
7. Расстояние от точки до прямой.
8. Преобразование системы координат.
9. Инверсия.
10. Конические сечения, конических сечений в полярной системе координат.
11. Уравнения конических сечений в декартовой системе координат.
12. Изучение конических сечений.
13. Касательная к коническому сечению.
14. Фокальные свойства конических сечений.
15. Оптические свойства.
16. Диаметры.
17. Классификация кривых второго порядка.
18. Инварианты.
19. Центры кривых второго порядка.
20. Применения фокального свойства гиперболы.
21. Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам.
22. Векторное произведение.
23. Смешанное произведение.
24. Преобразование системы координат в пространстве.
25. Уравнение поверхности и кривой в пространстве.
26. Уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
27. Уравнения прямой в пространстве.
28. Прямая и плоскость.
29. Эллипсоид, гиперболоиды.
30. Параболоиды, конус, цилиндры.

31. Упрощение уравнения поверхности.
32. Классификация поверхностей 2-го порядка.
33. Прямолинейные образующие.
34. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида 1,2.
35. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
36. Круговые сечения.
37. Диаметральные плоскости.
38. Плоскости симметрии.
39. Главные направления.
40. Инварианты поверхностей.
41. Проективные пространства, ангармоническое отношение.

Примерное содержание Контрольно-измерительных материалов

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Декартовы координаты. Простейшие задачи. Теорема Чевы.
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает положительную полуось оси OX?
3. Дан треугольник $A(1;\ 2)$, $B(3;\ 7)$, $C(5; -13)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины *B* на медиану, проведенную из вершины *A*.
4. Найдите уравнения сопряженных диаметров эллипса $4x^2+9y^2=36$, один из которых имеет угловой коэффициент $k_1=3/2$. Сделайте чертеж.
5. Даны точки A(0, 1, -1), B(1, -1, 2), C(3, 1, 0), D(2, -3, 1). Найти косинус угла φ между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$.
6. Найти точку, симметричную точке A(3; – 7; 5) относительно плоскости $2x - 6y + 3z - 42 = 0$.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+z^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Определить угол между векторами **a** и **b**, если вектор **a** + 3**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 5**b**, а вектор **a** – 4**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 2**b**.

Контрольно-измерительный материал № 2

1. Уравнение линии. Полярные координаты. Параллельный перенос.
2. Найти координаты точки, симметричной точке $A(x,\ y)$ относительно биссектрисы второго координатного угла.
3. Составить уравнение прямой, делящей пополам отрезок между точками $A(-3; 2)$ и $B(5; -2)$ и образующей с отрезком *AB* угол вдвое большей, чем с осью x.
4. Найдите уравнения сопряженных диаметров эллипса $4x^2+9y^2=1$, один из которых имеет угловой коэффициент $k_1=2/3$. Сделайте чертеж.
5. Векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ единичной длины образуют попарно углы 60°. Найти угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}-\overline{c}$.
6. В пучке, определяемом плоскостями $3x + y - 2z - 6 = 0$ и $x - 2y + 5z - 1 = 0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.
7. Определить вид поверхности $xy = z+1$ и схематически изобразить ее.
8. Написать уравнение касательной к окружности $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$ в точке (3, 6).

Контрольно-измерительный материал № 3

1. Координаты вектора. Коллинеарные векторы. Разложение по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение.
2. Найти точку, равноудаленную от осей координат и точки (3, 6).
3. Показать, что прямая параллельная асимптоте гиперболы, пересекает гиперболу в одной точке. (Погорелов ГлаваIV №22)
4. Существуют ли касательные, проведенные к эллипсу $4x^2+25y^2=100$ из точки A(1, 1). Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.
5. Векторы $\bar{a},\ \bar{b},\ \bar{c}$ единичной длины образуют попарно углы 60°. Найти угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}+\bar{c}$.
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-2}{-3}$ и параллельной прямой $\frac{x+5}{4}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-1}{2}$.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+z^2=1$ и схематически изобразить ее.
8. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.

Контрольно-измерительный материал № 4

1. Прямая на плоскости. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой.
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки A(a_1, b_1) и B(a_2, b_2), пересекает отрицательную полуось оси OY?
3. Проверить, что прямые $y=3x-1$, $x-7y=7$ и $x+y-7=0$ служат сторонами равнобедренного треугольника.
4. Существуют ли касательные, проведенные к эллипсу $4x^2+25y^2=100$ из точки A(1, 2). Если да, то напишите их уравнения. Сделайте чертеж.
5. Даны точки A(1, 0, 1), B(-1, 1, 2), C(0, 2, -1). На оси z найти такую точку D, чтобы векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ были перпендикулярны.
6. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.
7. Определить вид поверхности $(x+4)^2+5z^2=1$ и схематически изобразить ее.
8. В ромбе ABCD даны диагонали $\overline{AC}=\bar{a}$ и $\overline{BD}=\bar{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$.

Контрольно-измерительный материал № 5

1. Преобразование системы координат.
2. Даны координаты двух смежных вершин *A* и *B* квадрата *ABCD*. Как найти координаты остальных вершин?
3. Доказать, что через точку B(4, -5) невозможно провести прямую так, чтобы расстояние ее от точки C(-2, 3) было равно 12.
4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2-25y^2=100$ из точки A(5, 2). Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.
5. Даны векторы $\bar{a}=(2,n,3)$ и $\bar{b}=(3,2,-1)$. При каком значении *n* эти векторы перпендикулярны?
6. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости 5x –y +3z – 2 = 0 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.

7. Определить вид поверхности $x^2 + xy = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x - 3y + 7 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 6

1. Инверсия.
2. Даны координаты двух вершин *A* и *B* равностороннего треугольника *ABC*. Как найти координаты третьей вершины? Рассмотреть пример: $A(0, 1)$, $B(2, 0)$. (Погорелов ГлаваI №21)
3. Выразить расстояние между точками через полярные координаты этих точек. (Погорелов ГлаваIV №2)
4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2 - 25y^2 = 100$ из точки A(5, 2). Если да, то напишите их уравнения. Сделайте чертеж.
5. Даны векторы $\bar{a} = (2, n, 3)$ и $\bar{b} = (3, 2, m)$. При каких *m* и *n* эти векторы коллинеарны?
6. Через прямую $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{2}$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $x + 4y - 3z + 7 = 0$.
7. Определить вид поверхности $xy + yz = 1$ и схематически изобразить ее.
8. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке (4, 7) и которая касается прямой $3x - 4y + 1 = 0$.

Контрольно-измерительный материал № 7

1. Конические сечения, конических сечений в полярной системе координат.
2. Найти координаты точки, симметричной точке $A(x, y)$ относительно биссектрисы первого координатного угла.
3. Точка A(5, -1) является вершиной квадрата $4x - 3y - 7 = 0$. Составить уравнения прямых, на которых лежат остальные стороны квадрата.
4. Существуют ли касательные, проведенные к гиперболе $4x^2 - 25y^2 = 100$ из точки A(2,5; 1). Если да, то напишите их уравнения. Ответ обоснуйте.
5. Даны точки *A*(1, 3, 2), *B*(0, -2, 4), *C*(2, 1, 0). Найти точку D(x, y, z), при условии, что $\overline{AB} + \overline{CD} = \bar{0}$.
6. Через ось *Oz* провести плоскость, образующую с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}z - 7 = 0$ угол $\pi / 3$.
7. Определить вид поверхности $xy = yz$ и схематически изобразить ее.
8. В пучке, определяемом плоскостями $3x + y - 2z - 6 = 0$ и $x - 2y + 5z - 1 = 0$, найти плоскости, перпендикулярные к этим основным плоскостям.

Контрольно-измерительный материал № 8

1. Уравнения конических сечений в декартовой системе координат.
2. Какому условию должны удовлетворять координаты вершин треугольника *ABC* для того, чтобы угол *A* был больше угла *B*?
3. Определить, при каких значениях m и n две прямые $mx + 8y + n = 0$, $2x + my - 1 = 0$ 1) параллельны; 2) совпадают; 3) перпендикулярны.

4. Найти уравнение окружности, центр которой лежит в точке (4, 7) и которая касается прямой 3x – 4y + 1 = 0.
5. Даны точки $A(2, 3, 2)$, $B(0, 2, 4)$, $C(4, 1, 0)$. Найти точку D(x, y, z), если векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ равны.
6. Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.
7. Определить вид поверхности $\left(x+y\right)^2 + yz = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Через точку пересечения прямых x + y – 6 = 0, 2x – y – 3 = 0 провести прямую под углом в 45° к прямой 3x – 5 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 9

1. Изучение конических сечений.
2. Даны три вершины параллелограмма ABCD: A(1, 0), B(2, 3), C(3, 2). Найти координаты четвертой вершины D и точки пересечения диагоналей.
3. Даны две противоположные вершины квадрата A(-1, 3) и C(6, 2). Составить уравнения его сторон.
4. Написать уравнение касательной к окружности $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$ в точке (3, 6).
5. При параллельном переносе точка A(2, 1, -1) переходит в точку B(1, -1, 0). В какую точку переходит начало координат?
6. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости $4x + y - 3z + 13 = 0$ и $x - 2y + z - 11 = 0$.
7. Определить вид поверхности $\left(x+y\right)\cdot\left(y+z\right)=1$ и схематически изобразить ее.
8. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 = 13$, параллельные прямой 4x + 6y – 5 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 10

1. Касательная к коническому сечению.
2. При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает положительную полуось оси OY?
3. Составить уравнение прямой, если точка P(2, 3) служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую.
4. Найти уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 = 10$, проходящих через точку (–5, –5).
5. Даны точки (1, 2, 3), (0, -1, 2), (1, 0, -3). Найти точки, симметричные данным относительно начала координат.
6. Написать уравнение плоскости, перпендикулярной к плоскости 5x –y +3z – 2 = 0 и пересекающей ее по прямой, лежащей в плоскости xOy.
7. Определить вид поверхности $x + y + z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. На прямой 4x + 3y – 12 = 0 найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).

Контрольно-измерительный материал № 11

1. Фокальные свойства конических сечений.
2. Доказать, что окружность $x^2 + y^2 + 2ax + 1 = 0$ не пересекается с осью y.
3. Найти проекцию точки A(-6, 4) на прямую $4x - 5y + 3 = 0$.
4. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 = 13$, параллельные прямой 4x + 6y – 5 = 0.
5. Даны точки (1, 2, 3), (0, -1, 2), (1, 0, -3). Найти точки, симметричные данным относительно координатных плоскостей.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки L(0; 0; 1) и N (3; 0; 0) и образующей угол в 60° с плоскостью *x*O*y*.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+(x-y)^2=1$ и схематически изобразить ее.
8. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы, виден из конца малой оси под прямым углом.

Контрольно-измерительный материал № 12

1. Оптические свойства.
2. Доказать, что точки (1, 1), (2, 3), (0, 4), (-1, 2) являются вершинами прямоугольника.
3. При каком условии для прямых $ax+by=0,\quad a_1x+b_1y=0$ ось *x* является биссектрисой образованных ими углов? (Погорелов ГлаваIII №30)
4. Найти касательные к окружности $x^2 + y^2 + 5x = 0$, перпендикулярные к прямой $4x – 3y + 7 = 0$.
5. Дан вектор $\bar{a}=(1,2,3)$. Найти коллинеарный ему вектор с началом в точке *A*(1, 1, 1) и концом *B* на плоскости *xy*.
6. В пучке, определяемом плоскостями $2\boldsymbol{x} + y – 3z + 2 = 0$ и $5x + 5y – 4z + 3 = 0$, найти две перпендикулярные друг к другу плоскости, из которых одна проходит через точку
A(4 ; – 3 ; 1).
7. Определить вид поверхности $(x+z)^2+y^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x + y – 1 = 0$, $3x – y + 4 = 0$ и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.

Контрольно-измерительный материал № 13

1. Диаметры.
2. Даны один конец отрезка A(2, 4) и его середина M(3, -2). Найти другой конец отрезка.
3. Показать, что прямые, задаваемые уравнениями
$ax+by+c=0,\quad ax-by+c=0\quad (b\neq 0)$, Расположены симметрично относительно начала координат. (Погорелов ГлаваIII №20)
4. Определить эксцентриситет эллипса, если отрезок, соединяющий его фокусы виден из конца малой оси под прямым углом.
5. Даны координаты трех вершин параллелограмма *ABCD* с вершинами точках *A*(2, 3, 2), *B*(0, 2, 4), *C*(4, 1, 0). Найти координаты четвертой вершины *D* и точки *E* пересечения диагоналей.
6. Через ось *Oz* провести плоскость, образующую с плоскостью
$2x + y - \sqrt{5}z - 7 = 0$ угол $\pi / 3$.
7. Определить вид поверхности $(x+z)^2+y^2=4$ и схематически изобразить ее.
8. Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.

Контрольно-измерительный материал № 14

1. Классификация кривых второго порядка.
2. Какому условию должны удовлетворять координаты вершин треугольника *ABC*, чтобы он был прямоугольным с прямым углом при вершине *C*.

3.	Найти касательные к окружности $x^2+y^2+2ax+2by=0$, параллельные координатным осям.
4.	Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между концами большой и малой осей.
5.	Даны один конец отрезка A(2, 3, -1) и его середина C 1, 1, 1). Найти второй конец отрезка B(x, y, z).
6.	На прямой $\frac{x}{1}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-3}{-1}$ найти точку, ближайшую к точке (3, 2, 6).
7.	Определить вид поверхности $xz = y-1$ и схематически изобразить.
8.	Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **A** = 5**p** +2**q** и **B** = **p** – 3**q**, если известно, что | **p** | = $\sqrt{2}$, | **q** | = 3 и (**p**^**q**) = π /4.

Контрольно-измерительный материал № 15

1.	Инварианты кривых 2-го порядка.
2.	Доказать, что точки (0, 0), (-1, 1), (0, 2), (1, 1) являются вершинами квадрата.
3.	При каком условии прямая $ax+by+c=0$ пересекает положительную полуось *x* (отрицательную полуось *x*)?
4.	Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.
5.	Даны четыре точки A(6, 7, 8), B(8, 2, 6), C(4, 3, 2) D(2, 8, 4). Доказать, что они являются вершинами ромба.
6.	Написать уравнение плоскости, которая проходит через точку (3, 1, –2) и через прямую $\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{1}$.
7.	Определить вид поверхности $y^2+yz=4$ и схематически изобразить ее.
8.	Определить эксцентриситет эллипса, если его большая ось втрое больше малой.

Контрольно-измерительный материал № 16

1.	Центры кривых второго порядка.
2.	Даны координаты вершин A и B равностороннего треугольника ABC. Как найти координаты третьей вершины? Рассмотреть пример: A(0, 1), B(2, 0).
3.	Составить уравнение касательных к окружности с центром в точке (3, 6) и радиуса $\frac{2}{5}\sqrt{85}$ проходящих через точку (1, –2).
4.	Найти касательные к эллипсу $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$, параллельные прямой 6x – 2y – 5 = 0.
5.	Доказать, что четырехугольник ABCD с вершинами в точках A(1, 3, 2), B(0, 2, 4), C(4, 1, 0) D(2, 2, 2) является параллелограммом.
6.	Через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1=0$ и $x + 5y - z + 2=0$ провести плоскость, перпендикулярную к плоскости $2x - y + 5z - 3 = 0$.
7.	Определить вид поверхности $xz + yz = 2$ и схематически изобразить ее.
8.	Дана прямая 3x – 4y – 10 = 0. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.

Контрольно-измерительный материал № 17

1.	Применения фокального свойства гиперболы (1).
2.	При каком условии отрезок, соединяющий точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, пересекает отрицательную полуось оси OX?

3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).

4. Дан эллипс $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$. Через точку (1, 1) провести хорду, делящуюся в этой точке пополам.

5. На оси x найти точку C, равноудаленную от двух точек *A*(1, 2, 3), *B*(-2, 1, 3).

6. При каком условии плоскость, заданная уравнением $ax+by+cz+d=0$, перпендикулярна плоскости *xy*?

7. Определить вид поверхности $xz+yz=0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти касательные к эллипсу $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$, параллельные прямой 6x – 2y – 5 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 18

1. Векторы в пространстве, разложение по трем некомпланарным векторам.

2. Даны точки $A(-3,\ 2)$ и $B(4,1)$. Доказать, что отрезок *AB* пересекает ось *y*, но не пересекает ось *x*. Какую из полуосей *y* (положительную или отрицательную) пересекает отрезок *AB*?

3. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 5 = 0 и 3x + 4y + 10 = 0.

4. Определить длины сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$, которые образуют между собой угол в 60°.

5. Найти точки, равноотстоящие от точек (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0) и отстоящие от плоскости yz на расстояние 2.

6. Определить вид поверхности $(x+z)^2+yz=0$ и схематически изобразить ее.

7. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 15 = 0 и 3x + 4y + 20 = 0.

8. Вектор **m**, перпендикулярный к оси *Oz* и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью O*x*. Зная, что | **m** | = 51, найти его координаты.

Контрольно-измерительный материал № 19

1. Векторное произведение.

2. Составить уравнение окружности с центром в точке (1, 2), касающейся оси x.

3. Дана прямая 3x – 4y – 10 = 0. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от нее на расстоянии 3 единиц.

4. Написать уравнения двух равных сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{9}=1$.

5. В плоскости xy найти точку D, равноудаленную от трех данных точек A(0, 1, -1), B(-1, 0, 1), C(0, -1, 0).

6. Провести плоскость через перпендикуляры, опущенные из точки A(– 3; 2; 5) на плоскости 4*x* + *y* – 3*z* +13 = 0 и *x* – 2*y* + *z* – 11 = 0.

7. Определить вид поверхности $(x+y)(y-z)=1$ и схематически изобразить ее.

8. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).

Контрольно-измерительный материал № 20

1. Смешанное произведение.

2. Составить уравнение окружности с центром в точке (-3, 4), проходящей через начало координат.
3. На прямой x + 3y = 0 найти точку, равноудаленную от начала координат и от прямой x + 3y – 2 = 0.
4. Дан эллипс $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{5}=1$. Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса.
5. Найти расстояния от точки *A*(1, 2, 3) до: а) координатных плоскостей; б) осей координат; в) начала координат.
6. Составить уравнение плоскости, если известны две точки (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2), симметрично расположенные относительно нее.
7. Определить вид поверхности $x+z+x^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Дан эллипс $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$. Через точку (1, 1) провести хорду, делящуюся в этой точке пополам.

Контрольно-измерительный материал № 21

1. Преобразование системы координат в пространстве.
2. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты уравнения окружности $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ для того, чтобы окружность а) не пересекалась с осью x; б) пересекалась с осью x в двух точках; в) касалась оси x?
3. Даны уравнения двух сторон параллелограмма x + y – 1 = 0, 3x – y + 4 = 0 и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.
4. Найти касательные к гиперболе $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{8}=1$ в точках пересечения ее с прямой 3x – 5y = 0.
5. Дана точка *A*(1, 2, 3). Найти основания перпендикуляров, опущенных на координатные оси и координатные плоскости.
6. Доказать, что прямая пересечения плоскостей, заданных уравнениями $a_1x+b_1y=d_1$ и $a_2x+b_2y=d_2$ параллельна оси z.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2-(z-1)^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти вершину, фокус и директрису параболы $8y=x^2+4x$.

Контрольно-измерительный материал № 22

1. Уравнение поверхности и кривой в пространстве.
2. Существует ли параллельный перенос, при котором точка (1, 2) переходит в точку (3, 4), а точка (0, 1) – в точку (-1, 0)?
3. На прямой 4x + 3y – 12 = 0 найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).
4. Гипербола касается прямой x – y – 3 = 0 в точке (5, 2). Составить уравнение этой гиперболы.
5. Даны точки *A*(1, 2, 3), *B*(0, 1, 2), *C*(0, 0, 3) и *D*(1, 2, 0). Какие из этих точек лежат: а) в плоскости xy; б) на ои z; в) в плоскости yz?
6. Плоскость задана уравнением $ax+by+cz+d=0$. Какому условию должны удовлетворять координаты точки $P(k,\ l,\ m)$, чтобы прямая проходящая через эту точку и начало координат, была перпендикулярна к плоскости.
7. Определить вид поверхности $x^2-2y^2+z^2=0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти вершину, фокус и директрису параболы $x = 2y^2 - 8y$.

Контрольно-измерительный материал № 23

1. Уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.
2. Найти модуль вектора $\bar{a} + \bar{b}$, если $\bar{a} = (1, -4)$, $\bar{b} = (-4, 8)$.
3. Стороны треугольника выражаются уравнениями $x + 3y - 2 = 0$, $2x + y + 5 = 0$, $3x - 4 = 0$. Найти уравнения высот этого треугольника
4. Найти уравнения двух сопряженных диаметров гиперболы $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 1$, угол между которыми равен $45°$.
5. Зная, что $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$, найти соотношение между векторами **a**, **b** и **c**, не содержащие коэффициентов α и β.
6. Дана точка $P(k,\ l,\ m)$. Найти уравнение плоскости, проходящей через начало координат O и перпендикулярной к прямой OP.
7. Определить вид поверхности $x^2 + 2x - z^2 + 6z = 4$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 24

1. Уравнения прямой в пространстве.
2. . Три вектора имеют общее начало *O*, а концы – в вершинах треугольника *ABC*. Показать, что $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \bar{0}$ тогда и только тогда, когда *O* является точкой пересечения медиан треугольника.
3. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в $45°$ к прямой $3x - 5 = 0$.
4. Дана парабола $y^2 = 6x$. Через точку (4, 1) провести такую хорду, которая делилась бы в этой точке пополам.
5. Найти проекцию вектора $\mathbf{a} = 10\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$ на ось, имеющую направление вектора $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} - 12\mathbf{n}$, где **m** и **n** – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
6. Доказать, что плоскости, заданные уравнениями $x + y + z = 1$, $2x + y + 3z = -1$, $x + 2z = -1$ не имеют ни одной общей точки.
7. Определить вид поверхности $y^2 + 2y + z^2 - 3x^2 - 9x = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центр поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 25

1. Прямая и плоскость.
2. Найти абсолютную величину вектора $-2\bar{a} + 4\bar{b}$, если $\bar{a} = (3,\ 2)$, $\bar{b} = (0, -1)$.
3. Даны две вершины треугольника A(2, 2), B(3, 0) и точка пересечения его медиан O(3, 1). Найти третью вершину C.
4. Найти уравнения диаметров параболы $y^2 = 8x$, сопряженных с хордами, наклонеными к ним под углом в $45°$.
5. Какой угол образуют единичные векторы **s** и **t**, если известно, что векторы $\mathbf{p} = \mathbf{s} + 2\mathbf{t}$ и $\mathbf{q} = 5\mathbf{s} - 4\mathbf{t}$ взаимно перпендикулярны.
6. Прямая является пересечением плоскостей $2x + y + 3z = -1$ $x + y + z = 1$. Укажите какой-нибудь вектор, параллельный прямой.
7. Определить вид поверхности $x^2 + 6x - y^2 + 2y = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 26

1. Эллипсоид, гиперболоиды.
2. При каком условии прямая $ax + by + c = 0$ не пересекает первого координатного угла?
3. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками A(4, –3) и B(–1, 2) в отношении $\lambda = {}^2/_3$.
4. Найти такую точку на параболе $y^2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в 30°.
5. Зная, что $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 5$ и угол $(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) = 2\pi/3$, определить, при каком значении коэффициента α векторы $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{a} + 17\mathbf{b}$ и $\mathbf{q} = 3\mathbf{a} - \mathbf{b}$ окажутся перпендикулярными.
6. Найти условия, при которых плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает положительную полуось x (y, z).
7. Определить вид поверхности $2x^2 + 4x - z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 27

1. Параболоиды, конус, цилиндры.
2. При каком условии прямая $ax + by + c = 0$ вместе с осями координат ограничивает равнобедренный треугольник?
3. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон: $2x - 5y - 1 = 0$, $2x - 5y - 34 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей: $x + 3y - 6 = 0$.
4. Дана парабола $y^2 = 10x$. Найти к этой параболе касательные в точках, в которых она пересекается с прямой $y = 4x - 5$.
5. Вычислить синус угла между диагоналями параллелограмма, построенного на данных векторах $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n} - \mathbf{p}$ и $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 3\mathbf{n} + \mathbf{p}$, где $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{p}$ – взаимно перпендикулярные единичные векторы.
6. Показать, что плоскость $ax + by + d = 0$ параллельна оси z. Найти расстояние оси z от этой плоскости.
7. Определить вид поверхности $z^2 + 4z - y^2 + 2y = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти центры поверхности из задачи 7.

Контрольно-измерительный материал № 28

1. Упрощение уравнения поверхности.
2. Доказать неравенство для векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$: $\left(\bar{a}\bar{b}\right)^2 \le \bar{a}^2\bar{b}^2$.
3. В прямоугольном равнобедренном треугольнике даны уравнение катета $y = 2x$ и середина гипотенузы K(4, 2). Найти уравнения двух других его сторон.
4. Показать, что прямая, параллельная оси параболы, пересекает параболу в одной точке.
5. Вектор $\mathbf{x}$, перпендикулярный к векторам $\mathbf{a} = (4; -2; -3)$ и $\mathbf{b} = (0; 1; 3)$, образует с осью Oy тупой угол. Зная, что $|\mathbf{x}| = 26$, найти его координаты.
6. Составить уравнения плоскостей, параллельных плоскости $ax + by + cz + d = 0$ и отстоящих от нее на расстояние δ.
7. Определить вид поверхности $x^2 - 4\left(y - 1\right)^2 + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.

8. Проверить, что прямые $\frac{x-3}{5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{4}$ и $\frac{x-8}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-6}{-2}$ пересекаются, и написать уравнение плоскости, проходящей через них.

Контрольно-измерительный материал № 29

1. Классификация поверхностей 2-го порядка.
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $ax+by+c=0$, находящихся от нее на расстоянии δ.
3. Даны центр квадрата C(–1, 0) и уравнение стороны x + 3y – 5 = 0. Составить уравнения остальных трех сторон.
4. Показать, что прямая параллельная асимптоте гиперболы, пересекает гиперболу в одной точке.
5. Доказать, что векторы $\bar{a}(m,n)$ и $\bar{b}(-n,m)$ либо перпендикулярны, либо равны нулевому.
6. Найти углы, образуемые плоскостью $ax+by+cz+d=0$ и осями координат.
7. Определить вид поверхности $x^2+z^2+4y=0$ и схематически изобразить ее.
8. Показать, что любая прямая пересекает коническое сечение не более чем в двух точках.

Контрольно-измерительный материал № 30

1. Прямолинейные образующие.
2. Проверить, что прямые $y=3x-1$, $x-7y=7$ и $x+y-7=0$ служат сторонами равнобедренного треугольника
3. Даны центр квадрата C(–1, 0) и уравнение стороны x + 3y – 5 = 0. Составить уравнения диагоналей квадрата.
4. Касательные к эллипсу $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ имеют угловой коэффициент *k*. Определить точки касания.
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах **AB** = **m +** 2**n** и **AD = m -** 3**n,** где | **m |** = 5, **| n |** = 3 и (**m ^ n**) = π / 6.
6. Найти угол, образуемый плоскостью $z=px+qy+l$ с плоскостью..*xy*.
7. Определить вид поверхности $(x+y)^2+2z=2$ и схематически изобразить ее.
8. Выразить расстояние между точками через полярные координаты этих точек.

Контрольно-измерительный материал № 31

1. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида (1).
2. Составить уравнения прямой, параллельной (перпендикулярной) прямой $ax+by+c=0$, проходящей, через точку пересечения прямых $a_1x+b_1y+c_1=0,\quad a_2x+b_2y+c_2=0$.
3. Найти расстояние между параллельными прямыми 3x + 4y – 15 = 0 и 3x + 4y + 20 = 0.
4. Найти вершину, фокус и директрису параболы $4y=x^2-2x$.
5. Вектор **m**, перпендикулярный к оси *Oz* и к вектору **a** = (8; –15; 3), образует острый угол с осью O*x*. Зная, что | **m |** = 51, найти его координаты.

6. При каком условии плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает оси *x* и *y* под равными углами? При каком условии она пересекает под равными углами все три оси *x*, *y* и *z*?

7. Определить вид поверхности $x + 4y^2 + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.

8. Найти внутренние углы треугольника, стороны которого выражены уравнениями x – y – 3 = 0, x – 3y – 4 = 0, 4x + 2y + 3 = 0.

Контрольно-измерительный материал № 32

1. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

2. Доказать, что если $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – единичные неколлинеарные векторы, то векторы $\bar{a} + \bar{b}$ и $\bar{a} - \bar{b}$ отличны от нулевого, и перпендикулярны.

3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку A(5, 2) на расстоянии 4 единиц от точки B(–3, 1).

4. Найти вершину, фокус и директрису параболы $x = 2y^2 + 4y$.

5. Зная две стороны треугольника **AB** = 3**p** – 4**q** и **BC** = **p** + 5**q**, вычислить длину его высоты CD при условии, что векторы **p** и **q** – перпендикулярные друг другу единичные векторы (орты).

6. При каком условии плоскость $ax + by + cz + d = 0$ пересекает оси *x* и *y* под равными углами? При каком условии она пересекает под равными углами все три оси *x*, *y* и *z*?

7. Определить вид поверхности $z^2 + x^2 - 5y = 0$ и схематически изобразить ее.

8. В треугольнике ABC известны: сторона AB: 4x + y – 12 = 0, высота BM: 5x – 4y – –15 = 0 и высота AH: 2x + 2y – 9 = 0. Написать уравнения двух других сторон и третьей высоты

Контрольно-измерительный материал № 33

1. Круговые сечения.

2. Единичные векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол 60°. Доказать, что вектор $2\bar{b} - \bar{a}$ перпендикулярен вектору $\bar{a}$.

3. Даны уравнения двух сторон параллелограмма x + y – 1 = 0, 3x – y + 4 = 0 и точка пересечения его диагоналей (3, 3). Найти уравнения двух других сторон.

4. Вычислить параметр параболы $y^2 = 2px$, если известно, что она касается прямой $x - 2y + 5 = 0$.

5. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **A** = 5**p** +2**q** и **B** = **p –** 3**q**, если известно, что | **p** | = $\sqrt{2}$, | **q** | = 3 и (**p^q**) = π /4.

6. При каком условии прямая, заданная уравнениями в канонической форме, пересекает ось *x* (*y*, *z*)?

7. Определить вид поверхности $3y^2 + (z - 1)^2 = 9$ и схематически изобразить ее.

8. Доказать, что треугольник с вершинами A(1, 1), B(2, 3), C(5, -1) прямоугольный.

Контрольно-измерительный материал № 34

1. Диаметральные плоскости.

2. Векторы $\bar{a} + \bar{b}$ и $\bar{a} - \bar{b}$ перпендикулярны. Доказать, что $|\bar{a}| = |\bar{b}|$.

3. На прямой 4x + 3y – 12 = 0 найти точку, равноудаленную от точек (–1, –2) и (1, 4).

4. Что представляет собой геометрическое место точек, расстояния которых до двух данных плоскостей находятся в данном отношении. (Погорелов ГлаваV №23)

5. При каком значении коэффициента α векторы **p =** α**a+**5**b** и **q=** 3**a – b** окажутся коллинеарными, если **a** и **b** не коллинеарны?

6. При каком условии прямая, заданная уравнениями в канонической форме, параллельна плоскости *xy* (*yz*, *zx*)?

7. Определить вид поверхности $x + y - 4z^2 = 0$ и схематически изобразить ее.

8. Даны точки A(2, 1), B(-1, 3), C(-2, 5). Найти их координаты в новой системе координат, если начало координат перенесено (без изменения направления осей) в точку A.

Контрольно-измерительный материал № 35

1. Плоскости симметрии.

2. Показать, что для произвольного вектора $\bar{a}$ и вектора $\bar{b}$ перпендикулярного вектору $\bar{c}$, выполняется равенство $\left(\bar{a} \wedge \bar{b}\right) \wedge \bar{c} = \bar{b}\left(\bar{a}\bar{c}\right)$. (Погорелов ГлаваV №29)

3. Стороны треугольника выражаются уравнениями x + 3y – 2 = 0, 2x + y + 5 = 0, 3x – 4 = 0. Найти уравнения высот этого треугольника.

4. Доказать, что произведение расстояний точки гиперболы от ее асимптот постоянно, т.е. не зависит от точки. (Погорелов ГлаваIV №19)

5. Векторы **a**, **b**, **c** и **d** связаны соотношениями **a/\b** = **c/\d**, **a/\c** = **b/\d**. Доказать коллинеарность векторов **a – d** и **b – c**.

6. Найти условия параллельности и перпендикулярности прямой

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \end{cases}$$ и плоскости $ax + by + cz + d = 0$.

7. Определить вид поверхности $\left(x+1\right)^2 - 4z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.

8. Определить координаты концов A и B отрезка, который точками P(2, 2) и Q(1, 5) разделен на три равные части.

Контрольно-измерительный материал № 36

1. Главные направления.

2. В полярной системе координат даны точки $A\left(12,\ \frac{4}{9}\pi\right)$ и $B\left(12,\ -\frac{2}{9}\pi\right)$. Вычислить полярные координаты середины отрезка AB.

3. Через точку пересечения прямых x + y – 6 = 0, 2x – y – 3 = 0 провести прямую под углом в 45° к прямой 3x – 5 = 0.

4. Парабола симметрична относительно оси *Ox*, вершина ее помещается в точке (-5; 0) и на оси ординат она отсекает хорду, длина которой *l* = 12 ед. Написать уравнение этой параболы.

5. В ромбе ABCD даны диагонали $\overline{AC} = \bar{a}$ и $\overline{BD} = \bar{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ и $\overline{DA}$.

6. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $\left(x_0,\, y_0,\, z_0\right)$ и параллельной плоскостям $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$.

7. Определить вид поверхности $y - x + z^2 = 1$ и схематически изобразить ее.

8. Даны вершины треугольника A(2, -5), B(1, -2). C(4, 7). Найти точку пересечения со стороной AC биссектрисы его внутреннего угла при вершине B.

Контрольно-измерительный материал № 37

1. Инварианты поверхностей.

2. Вычислить площадь правильного треугольника, две вершины которого суть A(-3, 2), B(1, 6).
3. Через точку пересечения прямых 2x – 5y – 1 = 0 и x + 4y – 7 = 0 провести прямую, делящую отрезок между точками A(4, –3) и B(–1, 2) пополам.
4. Через точку *P*(5; -7) провести касательную к параболе $y^2 = 8x$.
5. Доказать, что сумма векторов, соединяющих центр правильного треугольника с его вершинами, равна нулю.
6. Доказать, что три плоскости $7x + 4y + 7z + 1 = 0$, $2x - y - z + 2 = 0$, $x + 2y + 3z - 1 = 0$ проходят через одну прямую.
7. Определить вид поверхности $(x+5)^2 - (z-1)^2 = 0$ и схематически изобразить ее.
8. Сторона ромба равна $5\sqrt{10}$, две его противоположные вершины суть точки A(4, 9), C (2, 1).

Контрольно-измерительный материал № 38

1. Проективные пространства, ангармоническое отношение.
2. Найти проекцию точки $M(x_0, y_0)$ на прямую $Ax + By + C = 0$. (Бахвалов)
3. Найти точку пересечения высот треугольника A(2, 4); B(2,-1); C(-4, 3).
4. Найти такую точку на параболе $y^2 = 12x$, чтобы касательная в ней образовывала с осью симметрии параболы угол в 30°.
5. Зная векторы, служащие сторонами треугольника $\overline{AB} = \bar{c}$, $\overline{BC} = \bar{a}$, $\overline{CA} = \bar{b}$, найти векторы, коллинеарные биссектрисам углов этого треугольника.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(1, -4, 3) параллельно плоскости xz.
7. Определить вид поверхности $(x+z)^2 + y^2 = 1$ и схематически изобразить ее.
8. В полярной системе координат даны две смежные вершины квадрата $A\left(12, -\frac{\pi}{10}\right)$ и $B\left(3, \frac{\pi}{15}\right)$. Определить его площадь.

Контрольно-измерительный материал № 39

1. Применения фокального свойства гиперболы (2).
2. Определить, есть ли среди внутренних углов треугольника с вершинами A(1, 1), B(0, 2), C(2, -1) тупой угол.
3. Найти точку пересечения серединных перпендикуляров треугольника A(2, 4); B(3,-1); C(-5, 2).
4. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $9x^2 + 5y^2 = 45$, две другие совпадают с концами его малой оси.
5. Векторы $\bar{a} + \bar{b}$ и $\bar{a} - \bar{b}$ перпендикулярны. Доказать, что $|\bar{a}| = |\bar{b}|$.
6. Вычислить площадь треугольника, который отсекает плоскость $5x - 6y + 3z + 120 = 0$ от координатного угла Oxy.
7. Определить вид поверхности $5(y-2)^2 - z^2 = 5$ и схематически изобразить ее.
8. Через точку M(-5; 16; 12) проведены две плоскости: одна из которых содержит ось OX, другая – ось OY. Вычислить угол между этими двумя плоскостями.

Контрольно-измерительный материал № 40

1. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида (2).
2. Даны уравнения двух сторон параллелограмма 2x + 4y –3 = 0 и x – 5y + 2 = 0 и точка пересечения его диагоналей O(2, 1). Требуется составить уравнения двух других сторон параллелограмма.
3. Показать, что площадь любого параллелограмма с вершинами в концах сопряженных диаметров эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ имеет одно и то же значение, равное $2ab$. (Погорелов ГлаваIV №39)
4. Фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $9x^2+25y^2=225$. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет $\varepsilon = 2$.
5. Определить угол между векторами **a** и **b**, если вектор **a** + 3**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 5**b**, а вектор **a** – 4**b** перпендикулярен к вектору 7**a** – 2**b**.
6. На оси Oy найти точку, отстоящую от плоскости $x+2y-2z-2=0$ на расстоянии $d=4$.
7. Определить вид поверхности $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}-z^2=0$ и схематически изобразить ее.
8. Найти углы, образуемые плоскостью $ax+by+cz+d=0$ и осями координат.

Описание технологии проведения

Промежуточная аттестация по дисциплине преследует цель оценить работу обучающихся за курс, полученные обучающимися знания, умения и уровень приобретенных компетенций, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Зачет проводится на последнем практическом занятии. Итоговая оценка выставляется по результатам работы обучающегося в семестре: успешного выполнения контрольных работ, ответов на теоретические вопросы, выполнения тестовых заданий. В случае оценки «зачтено» по всем видам текущего контроля, обучающий получает «зачет». Оценка «незачтено» при проведении текущего контроля влечет выполнение одного дополнительного практического задания на зачете по усмотрению преподавателя.

Для оценивания результатов обучения на зачете/экзамене используются следующие **показатели**:
1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом аналитической геометрии;
2) умение связывать теорию с практикой;
3) умение иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
4) умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать практические задачи;
5) владение основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.

Контрольно-измерительные материалы для проведения экзамена включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок: 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Продемонстрировано знание основных понятий, определения векторной алгебры и аналитической геометрии основных задач аналитической геометрии, формулировки теорем и методы их доказательства, умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии и решать задачи, владение основными методами исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, основными методами доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.	Повышенный уровень	Отлично (зачтено)
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано умение анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, или строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии или решать задачи. Или содержатся отдельные пробелы при использовании основных методов исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, или методов доказательства теорем и решения задач аналитической геометрии.	Базовый уровень	Хорошо (зачтено)
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичное знание основных понятий, определений векторной алгебры и аналитической геометрии, основных задач аналитической геометрии, формулировки теорем и методы их доказательства или не умеет анализировать алгебраические уравнения первой и второй степени на плоскости и в пространстве, или строить соответствующие им линии и поверхности, определять вид кривых и поверхностей второго порядка, доказывать основные теоремы аналитической геометрии или решать задачи. Или имеет не полное представление об использовании основных методов исследования алгебраических линий и поверхностей первого и второго порядка, или методов, допускает существенные ошибки при доказательстве теорем или решении задач аналитической геометрии.	Пороговый уровень	Удовлетворительно (зачтено)
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при доказательстве теорем или решении задач аналитической геометрии.	–	Неудовлетворительно (не зачтено)

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

.

1. Тестовые задания

ЗАДАНИЕ 1. Выберите правильный вариант ответа:
Каноническим уравнением эллипса является

1) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$
2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$
3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1;$
4) $y^2 = 2px.$

ЗАДАНИЕ 2. Выберите правильный вариант ответа:
Каноническим уравнением гиперболы является

1) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$
2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$
3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1;$
4) $y^2 = 2px.$

ЗАДАНИЕ 3. Выберите правильный вариант ответа:
Каноническим уравнением параболы является

1) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$
2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$
3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1;$
4) $y^2 = 2px.$

ЗАДАНИЕ 4. Вставьте пропущенное слово:
Эллипсом называется геометрическое место точек плоскости, … расстояний от которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, большая чем расстояние между фокусами.

Ответ: сумма.

ЗАДАНИЕ 5. Вставьте пропущенное слово:
Гиперболой называется геометрическое место точек плоскости, … расстояний от которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая чем расстояние между фокусами.

Ответ: модуль разности.

ЗАДАНИЕ 6. Вставьте пропущенное слово:
Параболой называется геометрическое место точек плоскости, расстояние от которых до данной точки, называемой фокусом, … расстоянию до данной прямой, называемой директрисой.

Ответ: равно.

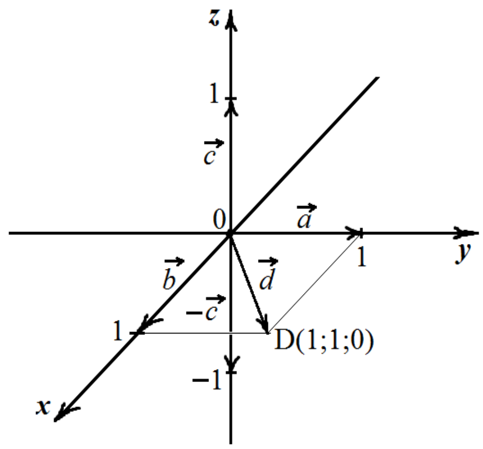
Раздел «Элементы векторной алгебры».

№ 1. Пусть векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ таковы, что: $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{c}|=2$, $|\vec{d}|=1$, $\vec{a}\perp\vec{b}$, $\vec{b}\uparrow\downarrow\vec{c}$, $\left(\widehat{\vec{b},\vec{d}}\right)=120°$. Тогда (продолжите утверждение) значение выражения $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2+\left(\vec{b}+2\vec{c}\right)^2-\vec{b}\cdot\vec{d}$

1) равно $26-1{,}5\sqrt{3}$;
2) равно 27,5;
3) равно $\dfrac{52+13\sqrt{3}}{2}$;
4) рационально;
5) равно $\dfrac{49}{2}$;
6) иррационально.

Выберите все правильные варианты продолжения (и только их).

№ 2. Дана прямоугольная система координат $Oxyz$ и векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ – см. рисунок. Продолжите утверждение: векторное произведение $\vec{a}\times\vec{b}$



1) равно $\vec{d}$;
2) равно $-\vec{c}$;
3) перпендикулярно векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
4) равно $\vec{c}$;
5) равно $\vec{0}$;
6) компланарно с векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
7) равно $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$.

Выберите все правильные варианты продолжения (и только их).

№ 3. Пусть в прямоугольной системе координат даны векторы $\vec{c}=\left\{-2\sqrt{14};-\sqrt{6};1\right\}$ и $\vec{b}=\left\{3;1;\sqrt{6}\right\}$. Тогда (продолжите утверждение) угол между векторами $\vec{c}$ и $\vec{b}$

1) равен $\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
2) является острым;
3) является тупым;
4) равен $\dfrac{2\pi}{3}$;
5) равен 120°;
6) равен 135°;
7) равен $-45°$.

Выберите все правильные варианты продолжения (и только их).

№ 4. В прямоугольной системе координат даны ненулевые векторы $\vec{a}=\{x_1;y_1;z_1\}$ и $\vec{b}=\{x_2;y_2;z_2\}$. Какие из приведённых ниже формул являются правильными для нахождения векторного произведения $\vec{a}\times\vec{b}$ этих векторов? Выберите все правильные формулы (и только их):

1) $\{y_1z_2 - y_2z_1; z_1x_2 - z_2x_1; x_1y_2 - x_2y_1\}$;

2) $\{y_1z_2; z_1x_2; x_1y_2\}$;

3) $\{x_1x_2; y_1y_2; z_1z_2\}$;

4) $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$;

5) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix}$, где $\vec{i} = \{1;0;0\}$, $\vec{j} = \{0;1;0\}$, $\vec{k} = \{0;0;1\}$;

6) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$, где φ – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

№ 5. Какие из следующих свойств скалярного произведения векторов верны? Выберите все правильные свойства (и только их):

1) для любого $\lambda \in \mathbb{R}$ и для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено равенство $(\lambda\vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b})$;

2) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено неравенство $|\vec{a} \cdot \vec{b}| < |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$;

3) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено равенство $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$;

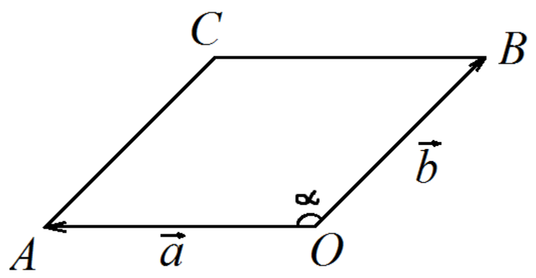
4) для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ выполнено равенство $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{c} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{a}$;

5) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполнено неравенство $|\vec{a} \cdot \vec{b}| > |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$;

6) для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ выполнено равенство $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$;

7) если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, то $\vec{a} = \vec{0}$ или $\vec{b} = \vec{0}$.

№ 6. Угол между единичными векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен тупому углу α (см. рисунок; *OACB* – параллелограмм).



Чему равен модуль векторного произведения $\vec{a} \times \vec{b}$? Выберите правильные варианты ответа (и только их):

1) $\sin\alpha$;

2) $|\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha$;

3) площади ромба *OACB*;

4) $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha$;

5) площади треугольника *OAB*;

<u>**Раздел** «Аналитическая геометрия на плоскости».</u>

№ 1. Пусть ρ и φ – полярные координаты (ρ – полярный радиус, φ – полярный угол). Уравнениями какой-либо окружности являются:

1) $\rho^2 - 10\rho\cos\varphi = -21$;
2) $\rho^2 = 4\sin\varphi$;
3) $\rho^2 - 2\rho\sin\varphi + 9 = 0$;
4) $\rho = 4$;
5) $\rho^2 - 8\rho\cos\varphi + 16 = 0$.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

№ 2. Даны уравнения шести прямых (система координат декартова):

(a) $3x + 5y - 8 = 0$,
(b) $3x - 5y + 8 = 0$,
(c) $3x = 5$,
(d) $5x + y + 8 = 0$,
(e) $5x - 3y + 3 = 0$,
(f) $5y = 3$.

Справедливы утверждения:

1) $(a) \perp (b)$ и (a) не перпендикулярна (c);
2) $(a) \perp (e)$ и $(c) \perp (f)$;
3) (a) не перпендикулярна (b), а $(c) \perp (f)$;
4) $(b) \perp (d)$, $(a) \perp (e)$ и $(c) \perp (b)$;
5) $(c) \perp (f)$.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

№ 3. Окружность задана в декартовой системе координат уравнением: $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$.

Тогда её

1) радиус равен 3, а центром является точка $(-1;1)$;
2) хордой является отрезок с концами в точках $(-2;-1)$ и $(1;-4)$;
3) радиус равен $\sqrt{7}$, а точка $\left(\sqrt{\frac{7}{2}};\sqrt{\frac{7}{2}}\right)$ лежит на этой окружности;
4) радиус равен 9, а центром является точка $(1;-1)$;
5) радиус равен 3, а центром является точка $(1;-1)$;
6) радиус равен $\sqrt{7}$, а точка $\left(\sqrt{\frac{7}{2}};-\sqrt{\frac{7}{2}}\right)$ лежит на этой окружности;
7) радиус равен 9, а центром является точка $(-1;1)$.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

№ 4. Дано уравнение эллипса $4x^2 + 25y^2 = 100$ (система координат – прямоугольная). У этого эллипса

1) большая и малая полуоси равны, соответственно, 25 и 4;
2) большая и малая полуоси равны, соответственно, 5 и 2;
3) расстояние между фокусами равно $\sqrt{29}$;
4) расстояние между фокусами равно $2\sqrt{21}$;
5) расстояние между фокусами равно 10;
6) квадрат эксцентриситета равен 0,0256;

7) квадрат эксцентриситета равен 0,84.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

№ 5. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ (система координат – прямоугольная). У этой гиперболы

1) действительная и мнимая полуоси равны, соответственно, 4 и 3;
2) действительная и мнимая полуоси равны, соответственно, 3 и 4;
3) действительная и мнимая полуоси равны, соответственно, 16 и 9;
4) действительная и мнимая полуоси равны, соответственно, 9 и 16;
5) расстояние между фокусами равно 10;
6) расстояние между фокусами равно 5;
7) расстояние между фокусами равно 25;
8) эксцентриситет равен 0,6;
9) эксцентриситет равен 1,25.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

№ 6. Дано уравнение параболы $y=x^2$ (система координат – прямоугольная). У этой параболы

Выберите правильный вариант ответа:

1) эксцентриситет равен 1;
2) эксцентриситет равен 0;
3) фокус находится в точке $\left(0;\frac{1}{4}\right)$;
4) фокус находится в точке $\left(0;\frac{1}{2}\right)$;
5) фокус находится в точке (0;1);
6) осью симметрии является *Ox*;
7) осью симметрии является *Oy*;
8) есть хорда с концами в точках $(-2;4)$ и $\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$.

В ответе укажите номера всех правильных утверждений, и только их.

<u>**Раздел** «Аналитическая геометрия в пространстве».</u>

№ 1. Дана плоскость $2x-5y+10z+5=0$ (система координат декартова). Параллельна этой плоскости или лежит в ней прямая

(а) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$;

(б) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-3}$;

(в) $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{3}$;

(г) $\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+5}{1}$;

(д) $\frac{x}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{-2}$.

Выберите все правильные варианты продолжения этого утверждения (и только такие варианты).

№ 2. Дана прямая $\begin{cases} x = 5t \\ y = -t + 1, \ t \in \mathbb{R} \\ z = 2t - 9 \end{cases}$. Система координат $Oxyz$ – прямоугольная. Этой прямой перпендикулярна плоскость

(а) $2x - 4y + 10z + 1 = 0$;

(б) $10x - 2y + 4z = 0$;

(в) $2x + 10y + 5 = 0$;

(г) $2y - z + 5 = 0$;

(д) $-10x + 2y - 4z + 3 = 0$;

(е) $-2x + 4y - 10z = 0$.

Выберите все правильные варианты продолжения этого утверждения (и только такие варианты).

№ 3. Какое из уравнений

(а) $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 36$,

(б) $x^2 + 2y^2 + (z-3)^2 = 100$,

(в) $x^2 + y^2 - z^2 = 25$,

(г) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 37 = 0$

является уравнением сферы? Система координат $Oxyz$ – прямоугольная. Выберите все правильные варианты ответа (и только их):

1) (а);
2) (б);
3) (в);
4) (г).

№ 4. Что определяет в прямоугольной системе координат $Oxyz$ уравнение $y = x^2$? Выберите все правильные варианты ответа (и только их):

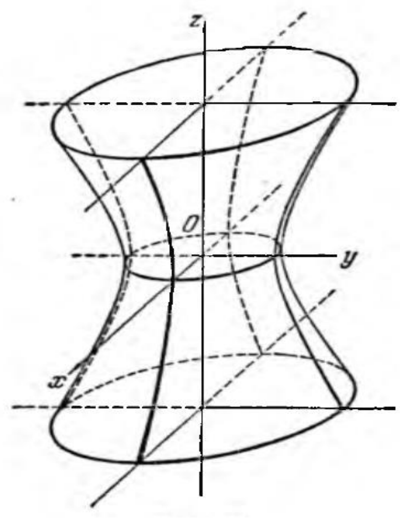
1) круговой параболоид;
2) параболический цилиндр;
3) параболу;
4) круговой конус;
5) поверхность вращения;
6) поверхность с образующими, параллельными оси *Oz*;
7) поверхность с образующими, параллельными оси *Oy*.

№ 5. Дан эллипсоид $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1$ (система координат $Oxyz$ – прямоугольная). Из приводимого ниже списка утверждений выберите все правильные утверждения (и только их).

1) Центр данного эллипсоида находится в точке $(2; -1; 0)$.
2) Центр данного эллипсоида находится в точке $(-2; 1; 0)$.
3) Центр данного эллипсоида находится в точке $(0; 0; 0)$.
4) У данного эллипсоида два центра: $(\pm 4; \pm 3; \pm 6)$.
5) Если у эллипсоида есть центр, то этот эллипсоид есть сфера.
6) Полуоси данного эллипсоида равны 16, 9 и 36.
7) Полуоси данного эллипсоида равны 4, 3 и 6.
8) Полуоси данного эллипсоида равны 2, 1 и 0.
9) Точка (3; 1; 4) лежит внутри данного эллипсоида.
10) Точка (3; 1; 4) лежит на данном эллипсоиде.

11) Точка (3; 1; 4) лежит вне данного эллипсоида.

№ 6. Каким **не может быть** уравнение поверхности, изображённой на рисунке (система координат $Oxyz$ – прямоугольная)? Выберите все правильные варианты ответа (и только их):



1) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$;

2) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=1$;

3) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=-1$;

4) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}-\dfrac{z^2}{c^2}=0$.

№ задания	Условие задачи	Варианты ответов			
		1	2	3	4
1	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	4/5	5/4	5/3	4
2	Какие из четырех плоскостей являются взаимно перпендикулярными: (а) $x+y-z-1=0$, (б) $2x-2y+5=0$, (в) $x+y-z-1=0$, (г) $x+y-z-1=0$?	(а) и (б)	(а) и (г)	(б) и (в)	(в) и (г)
3	Расстояние между параллельными прямыми $3x+4y=0$ и $3x+4y-5=0$ равно	5	3	4	1
4	Большая полуось эллипса $4x^2+25y^2=100$ равна	4	25	5	2
5	Какая из плоскостей (а) $5x-2y+3z+1=0$, (б) $5x+2y+3z+2=0$, (в) $2x-5y+5=0$, (г) $2x-5y+z+5=0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$?	(а)	(б)	(в)	(г)
6	Какие из перечисленных пар прямых являются взаимно перпендикулярными? $(a)3x+5y-8=0;\quad (b)3x-5y+8=0;\quad (c)3x=5;$ $(d)5x+y+8=0;\quad (e)5x-3y+3=0;\quad (f)5y=3;$	$(a)\perp(b)$ *и* $(c)\perp(f)$	$(a)\perp(d)$ *и* $(c)\perp(f)$	$(b)\perp(d)$ *и* $(a)\perp(e)$	$(a)\perp(d)$
7	Даны три стороны параллелограмма $5x-3y-14=0;\quad 5x-3y+8=0;\quad 2x+y+1=0$. Укажите четвертую сторону.	$y=-2x$	$2x+y=4$	$y=2x-10$	$2x+y=10$
8	Угол между плоскостями $4x-2y+3z+7=0$ и $4x-2y+3z+1=0$ равен	90^0	60^0	30^0	0^0
9	Расстояние между прямыми $4x-3y+7=0$ и $4x-3y+2=0$ равно	9	5	1	0
10	Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ равен	0,8	0,5	0,9	0,7
11	Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ равен	1,4	1,25	1,2	1,55
12	Какая из прямых (а) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$, (б) $\frac{x}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-3}$, (в) $\frac{x+2}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{3}$, (г) $\frac{x}{5}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{-2}$, перпендикулярна плоскости $2x-5y+10z+5=0$?	(а)	(б)	(в)	(г)

1. Даны векторы $\overline{a}=(3;-9)$, $\overline{b}=(-3;6)$, тогда координаты вектора $5\overline{b}-\frac{\overline{a}}{3}$ равны …

1. $(-16;33)$
2. $(-46;31)$
3. $(16;-47)$
4. $(-16;27)$

Скалярное произведение векторов $\overline{a}=(-1;t)$ и $\overline{b}=(t;0)$ удовлетворяет неравенству $\overline{a}\cdot\overline{b}\le 1$ при двух значениях параметра t, равных …

1. 1
2. 0
3. -2
4. -3

Точка M с декартовыми координатами (2; 2) имеет полярные координаты …

1. $r=\sqrt{2},\ \varphi=\frac{\pi}{4}$
2. $r=-2\sqrt{2},\ \varphi=\frac{\pi}{4}$
3. $r=2\sqrt{2},\ \varphi=\frac{\pi}{4}$
4. $r=2,\ \varphi=\frac{\pi}{4}$

Уравнение $x^2+y^2=4y$ в полярных координатах имеет вид …

1. $\rho^2=4\cos\varphi$
2. $\rho^2=4\sin\varphi$
3. $\rho=4\sin\varphi$
4. $\rho=4\cos\varphi$

Уравнение $\rho\sin\varphi=b$ в декартовых координатах имеет вид …

1. $x+y=b$
2. $x=b$
3. $x^2+y^2=9$
4. $y=b$

Среди прямых $l_1:\ 2x+y-3=0$, $l_2:\ 4x+2y-6=0$, $l_3:\ 4x-2y-6=0$, $l_4:\ -4x+2y-3=0$ параллельными являются …

1. l_2 и l_3
2. l_3 и l_4
3. l_1 и l_3
4. l_1 и l_2

Прямая на плоскости задана уравнением $2y-8x+11=0$. Тогда параллельными к ней являются прямые …

1. $4x-y+5=0$
2. $3y-12x+7=0$
3. $4x+y-9=0$
4. $3y+12x-13=0$

Радиус окружности, заданной уравнением $x^2+y^2-2x+2y-7=0$, равен …

1. 3
2. 7
3. $\sqrt{7}$
4. 9

Длина мнимой оси гиперболы $4x^2-25y^2=100$ равна …

1. 25
2. 2
3. 10
4. 4

Сопоставьте уравнениям линий их названия

1. $(x+6)^2+(y-2)^2=64$ — А) окружность
2. $x^2+4y=16$ — Б) гипербола
3. $x^2+4y^2=4$ — В) парабола

4. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$ Г) эллипс
Установите соответствие между уравнением плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях 1. $7x - y - z - 3 = 0$ А) $(-2;\,0;\,0)$ 2. $x + 2y + z - 5 = 0$ Б) $(0;\,0;\,0)$ 3. $y + z - 3x + 2 = 0$ В) $(1;\,2;\,2)$ 4. $3y + z - 9x = 0$ Г) $(1;\,0;\,1)$ Д) $(2;\,1;\,1)$
Если нормальные векторы двух плоскостей …, то эти плоскости… 1. параллельны; параллельны 2. взаимно перпендикулярны; взаимно перпендикулярны 3. параллельны; взаимно перпендикулярны 4. взаимно перпендикулярны; параллельны

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

1) Тестовые задания.

- Задания закрытого типа – средний уровень сложности (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

- Задания закрытого типа - средний уровень сложности (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

- Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

- Задания открытого типа (короткий ответ):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.